

ちょこっと探究クラブ

主催：筑波大学

後援：文京区教育委員会

2018年8月27日（月）

筑波大学 東京キャンパス 文京校舎 1階

数学パズルランド探検隊

数学パズルランドのジャングルを抜けて行こう。そのためにはパズルを解いていく必要があります。複雑な計算はいりませんが、試行錯誤で解けるものばかりではなく、論理的に緻密に考えなければなりません。ジャングルの向こうには何があるかな？

壊れたヘルスメータ

壊れたヘルスメータがあり、何を計っても、実際より一定値大きな重さを示す。今、カバン A を計ると 8 kg を示し、カバン B を計ると 5 kg を示した。A と B を一緒に計ると 10 kg だった。A と B の実際の重さは何 kg だろうか？ またこのヘルスメータで 10 kg のものを計ると何 kg を示すだろうか？

桜の木を数える

A と B が公園をそれぞれ散歩している。周遊路があり、それに沿って桜が植えてあるので、2 人はその数を数え始めた。2 人の数え始めは別々の木で、A の 20 番目の木は B の 7 番目で、A の 7 番目は B の 97 番目だった。木はまばらに順序よく立っているので、数え落とししたり、順番が狂ったりすることはありえない。周遊路に沿って何本の桜の木が立っているかわかるだろうか？また、2 人が歩いた方向は同じだろうか、それとも反対向きだろうか？

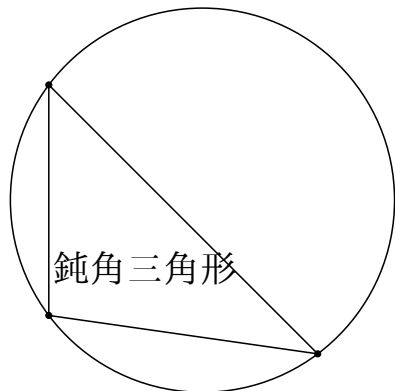
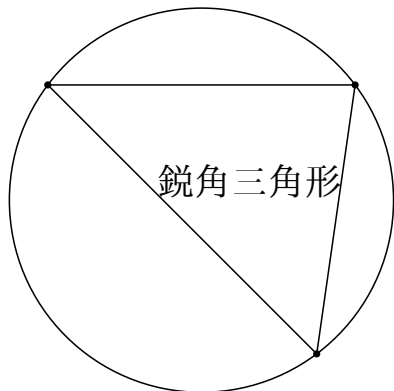
折れ線の閉路

6本の線分からできている折れ線の閉路で、どの線分も端点以外の点で他の線分のどれか1本と交わるものを描け。閉路とは、終点と始点が同じであるような道という。

7本の線分からできている折れ線の閉路で、同様のものを描けるだろうか？

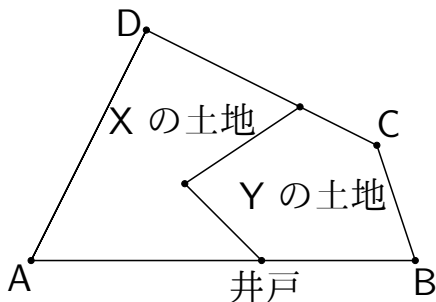
鋭角 3 角形になる確率

円周上にでたらめに 3 点を取ったとする。この 3 点を結ぶと 3 角形ができるが、それが鋭角三角形になる確率はいくつだろうか？



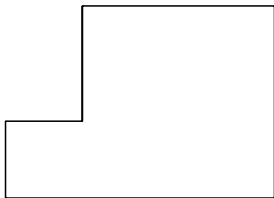
土地の整地

下図のような4角形 ABCD 型の土地があり、2本の線分で地主 X と Y の土地に分けられている。2人の協議により、境界線を直線にしようということになった。条件は、互いの土地面積が以前と変わらず、共同の井戸がその境界線の上にあること。どのように境界線を引けばよいだろうか？



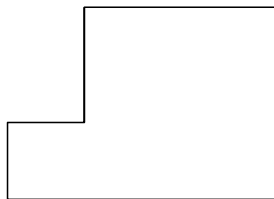
階段型図形の 2 等分

下図のような長方形 2 つをつなげたような図形がある。
1 本の直線を引いて、この図形（の面積）を 2 等分して
ほしい。そのような直線を 3 本以上引けるだろうか？



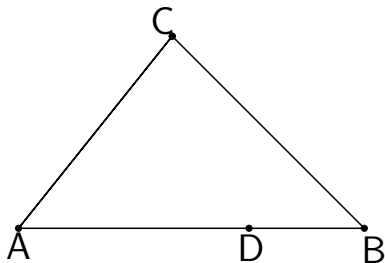
階段型図形の重心

下図のような長方形 2 つをつなげたような図形がある。
この図形の重心を見つけてほしい。



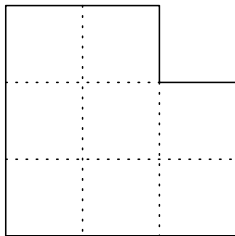
3 角形の 2 等分

下図のような 3 角形 ABC があり，その辺 AB 上に点 D をが打ってある。 D を通り 3 角形 ABC (の面積) を 2 等分する直線を引いてほしい。



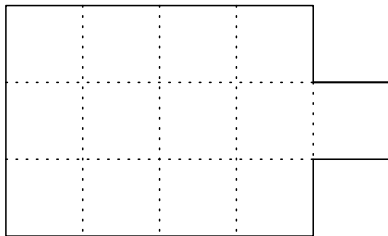
図形の分割合同（隅のかけた正方形）

下図のような右上隅 $1/9$ の切れた正方形の布がある。3つに切り離し，再度貼りあわせて，少しサイズの小さい正方形にせよ。もちろん布を余らせたりしてはいけない。



図形の分割合同（水筒形）

下図のような水筒形の布がある。いくつかは切り離し、再度貼りあわせて正方形にせよ。もちろん布を余らせたりしてはいけない。



平面上の領域

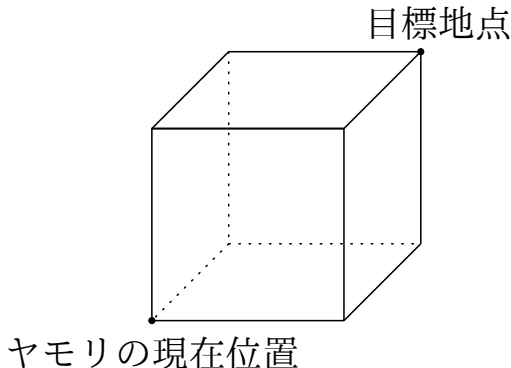
平面に 6 本の直線を自由に引く。平面をなるべくたくさん
の領域に分けるにはどのように引くの良いだらうか？
また、このとき平面はいくつの領域に分かれるだらうか？

1 升マス

直方体の 1 升マスがある。この 1 升マスだけを使って $1/6$ 升の酒を計るにはどうすればよいだろうか？ マスは正確な直方体だが、目盛などはどこにも記されていない。

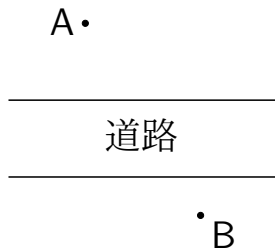
立方体の部屋とヤモリ

ヤモリが立方体の部屋の隅にいる。ヤモリは反対の隅に行きたいと思っているが、部屋の壁とか天井とかを這ってしか移動できない。最短で目的地に移動するにはどのような経路をとるのが良いだろうか？



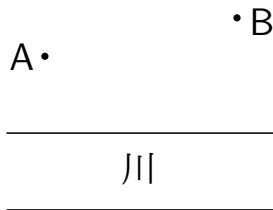
最短経路（道路越え）

下図 A の位置にあなたはいて，道路を挟んだ B の地点に行こうとしている。道路以外はどこでも自由に通れるが，道路は垂直に渡らなければいけないとすると，最短距離で A から B に行くにはどういう経路を進むのが良いか？道路は一直線に走っていて，幅はどこも一定である。



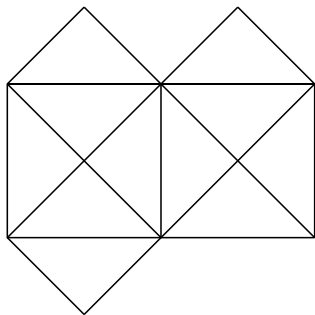
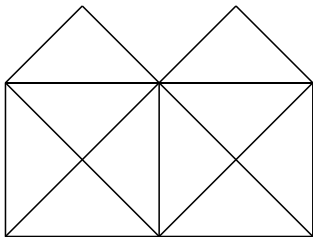
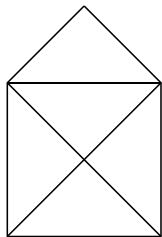
最短経路（水汲み）

あなたは川に水汲みに出たところ、友達と会って思わず遊んでしまい、下図の A 地点まで来た。これから川に立ち寄ってバケツに水を汲み B の自宅を帰ろうと思うが、最短距離で帰るにはどういうルートをとればよいか。



一筆書き

下の3つの図形の中には一筆書きできないものがある。
それはどれだろうか？



リボンを切る

144 cm の長さのリボンがある。手元にはさみはあるが、長さを計るための定規のようなものはない。27 cm 分のリボンを切り出すにはどうすればよいだろうか？

線香で時間を計る？

線香がたくさんある。線香は、どれも一定のペースで燃え進み、どの1本も端に火をつけてからちょうど1時間で燃え尽きる。この線香を何本か使って45分を測るにはどうすればよいだろうか？

長針と短針の追いかっこ

時計には分を示す長針と時を示す短針がある。0時から24時までの間に長針は短針を何度追い越すだろうか？ただし、24時には追いつくだけで追い越さないなので、回数には数えない。

砂時計で時間を計る？

いろいろな時間で落ちきる砂時計がたくさんある。砂時計は、どれも一定のペースで落ち、戻すにも同じ時間がかかる。

- 4分と7分の砂時計で9分を測るにはどうすればよいただろうか？
- 6分、10分、15分の砂時計で7分を測るにはどうすればよいただろうか？

壺と油

油がなみなみと入った 10 リットルの壺と 3 リットルと 5 リットルの空の壺がある。これらを使って、5 リットルの壺に 4 リットルの油を計りとるにはどのようにすればよいだろうか？油をこぼしてはいけない。

電車のすれ違い（普通電車と急行）

A 駅と B 駅を結ぶ路線には普通電車と急行電車が走っている。あるとき A 駅から普通電車が、B 駅から急行電車が同時に出発した。そして、6 分後にすれ違い、10 分後に急行電車は A 駅に入った。普通電車が B 駅に入ったのは何分後だったか？電車の速度はそれぞれ一定だったとする。

電車のすれ違い（普通電車と新幹線）

A 駅と B 駅を結ぶ路線には普通電車と新幹線が走っている。あるとき A 駅から普通電車が、B 駅から新幹線が同時に出発した。そして、ある地点ですれ違ってから、1 時間後に新幹線は A 駅に入った。一方、普通電車は、すれ違ってから 9 時間後に B 駅に入った。新幹線と普通電車の速度比を求めよ。電車の速度はそれぞれ一定だったとする。

チョコレートで勝負

チョコレートが 30 粒ある。あなたと友達は 2 人でそれを食べることになった。交代に 1 粒または 2 粒または 3 粒のチョコレートを一度に食べていくのだが、実は、最後の 1 粒は、神様のいたずらでとても苦いことが分かっている。それを食べないようにするには、あなたが先手だとしたら、最初に何粒食べるのがよいだろうか？チョコレートの数が他の数だったらどうするのがよいだろうか？また、一度に食べてよいのが 1 粒から 4 粒までのどれかの場合はどうするのがよいだろうか？

川渡り

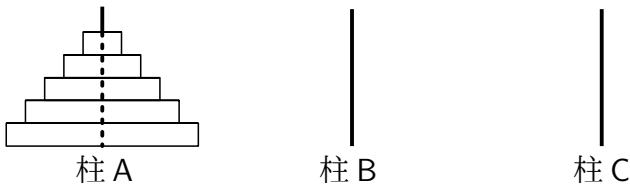
3組の夫婦が川の左岸にいる。川岸には手漕ぎのボートが1艘ある。ボートはだれでも漕ぐことができるが、最大で2人しか乗れない。また、3人の夫はやきもちやきで、自分のいないところで妻が他の男と一緒にいることを嫌うので、そういう状況が生じないようにしたい。どうすれば6人全員が右岸に渡れるだろうか？

ハノイの塔

柱が3本あり、そのうちの1本 A に穴の空いた大きさの違う円盤が下図のように刺さっている。次のルールで動かして、すべての円盤を右端の柱 C へ移動してほしい。

- 円盤はいつでも柱から柱へのみ移動できる。
- 小さな円盤の上に大きな円盤を載せることはできない。
- 一度に移動できる円盤は1枚だけである。

円盤の枚数が5枚のとき、最短手順で移動を完了するにはどうすればよいか？また、それには何手かかるだろうか？



ピンポン島での円卓会議

ピンポン島には 2 種類の部族が住んでいて、同じ言葉を話しますが、1 つだけ習慣が違う。ピン族の人はハイというべきときに「ピン」と答え、イイエの場合に「ポン」と答える。ポン族の人はその反対だ。

いま 13 人が円いテーブルを囲んで座り会議をしていた。「あなたはピン族の人とポン族の人に挟まれて座っていますか」と聞いたところ、全員が「ポン」と答えた。ピン族とポン族の比率が分かるだろうか？

円卓会議の構成員が 12 名だったらどうだろうか？

帽子の色

赤い帽子が 2 つ、白い帽子が 3 つある。A, B, C の 3 人を縦に並べ、それぞれに帽子を 1 つかぶせる。3 人は自分の帽子の色はわからないが、自分より前の人の帽子は見える。

試験官が一番後ろの C に自分の帽子の色が分かるかと尋ねたところ、C は「わからない」と答えた。次に、真ん中の B に同じ質問をすると、B も「わからない」と答えた。するとそれを聞いていた A が「それなら自分の帽子の色がわかった」と叫んだ。A は、どうして自分の帽子の色がわかったのだろうか？ また、それは何色だったのだろうか？

カードの反転

トランプのカード (ジョーカーを入れずに 52 枚) が裏向きに並べてある。子供が一人来て、すべてのカードを表にして去って行った。次の子供が来て、左から数えて偶数番目のカードだけを裏に戻して去って行った。さらに、3 人目の子供が来て、左から数えて 3 枚目毎にカードをひっくり返して去った。こうして、子供が次々にやってきて、 n 人目の子供は左から数えて n の倍数番目のカードの表裏を反転させて去って行った。さて 52 人目の子供が去った後で、表になっているカードの枚数は何枚だろうか？

奇妙な小切手帳

金満家の伯父が太郎と次郎の 2 人兄弟に奇妙な小切手帳をくれた。小切手帳は 50 枚綴りで、各小切手には既に額面が書いてある。2 人で交代に、この小切手帳から表裏どちらか外側の一枚を切りとり、現金化して使っているという。

伯父は、太郎から先に使い始めるように指示したが、まだ各小切手の額面を調べないうちに、太郎は「やったね。俺のほうが少なくともお前以上には使える。50 枚綴りで良かったよ。51 枚ならそうはいかないこともあるからな」と次郎に言った。

いったいこの太郎の言葉の根拠はどこにあるのだろうか？

ギリギリの燃料

砂漠を周遊する道路がある。この道路を自動車一周して調査したい。親切な志願者があって、車を貸してくれ、かつ道路上の任意の地点まで運んでくれるという。しかし、燃料については一切面倒をみてくれない。そこで、燃料を募集したところ、集まったのは丁度ギリギリの一周分で、しかも輸送コストの関係で、ポリ容器に入れ、道路上の6箇所分割して置いてあるという。

燃料が置いてある場所とその量は正確にわかっているので、そのどこかに運んでもらい、燃料を拾い集めながら、一周することができればよい。ある人に相談したところ、燃料がどのように分割され、どこに置かれていようと必ず一周できるという。

それは本当だろうか？ また、本当だとしても、出発点と回る方向をどうやって決めればいだろうか？

巴戦は公平，それとも不公平？

大相撲の千秋楽では，複数の力士の勝ち星が同じだった場合，優勝決定戦を行う決まりだ。同じ勝ち星の力士が 3 人いた場合，「巴戦」を行う。その 3 人を A, B, C とすると，まず A と B で対戦し，その勝者が C と対戦する。その結果，2 連勝した力士がいれば，その力士が優勝だが，第 2 戦で C が勝った場合は，第 1 戦の敗者と C が対戦する。こうして，2 連勝するものが出てくるまでいつまでも対戦が繰り返され，最初に 2 連勝した力士の優勝である。もし，各力士の実力が全く互角で，各対戦の勝率が $1/2$ だとしたら，この決定戦は公平だろうか？不公平な場合，各力士の優勝確率はそれぞれいくつだろうか？

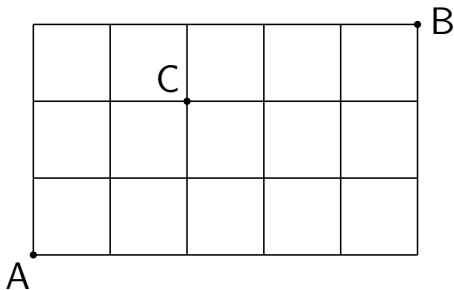
パーティーでの握手人数

あるパーティーに出席したのは、5組の夫婦だけだった。パーティーでは、初対面の人どうしは握手をし、顔見知りとは握手しなかった。

あとで、出席者の一人相沢氏が他の出席者の一人一人にたずねてみると、ほかの9人がパーティーで握手をした人数は、それぞれ異なっていた。では、相沢氏が握手をした人数は何人だっただろうか？

最短経路の数

下の地図のような街路がある。A 地点から B 地点まで最短で行く経路の数はいくつだろうか？ もし C 地点が通行止めになっていたとしたら、そのような経路の数はいくつだろうか？



サイコロの目の刻印

サイコロ工場では、通常の立方体のサイコロのほかに正4面体のサイコロを製造している。立方体のサイコロには各面に1から6の目を、正4面体のサイコロには1から4の目を刻印している。回転して同じになる場合を除いて、正4面体のサイコロの目の刻印の仕方には何通りあるだろうか？ 同じく立方体のサイコロの目の刻印の仕方には何通りあるだろうか？

チェス盤上の駒

8×8 のチェス盤上の各列に 4 つずつ駒を置いて行って、どの行にも違う数の駒があるように配置せよ。ただし、各マス目には置くことのできる駒はせいぜい 1 つだけとする。

各列に 3 つずつ駒を置いて行っても同じことができるだろうか？

各列に 5 つずつならどうだろうか？

贋金判定 (9 枚のコイン)

ここにコインが 9 枚ある。1 枚は偽物で、重さが本物よりほんの少し軽い。見かけは本物と変わらない。天秤を 2 回だけ使って偽物を見つけるにはどうしたらよいだろうか？

贋金判定 (たくさんの袋)

警察が金貨偽造団のアジトを手入れし、金貨がたくさん入った袋を 5 袋押収した。袋の中身は、全部が贋物であるか、全部が本物であるか、どちらかだとわかっている。本物の金貨 1 枚は 10 グラムであり、贋物はそれより 0.1 グラム少ない 9.9 グラムである。

0.1 グラム単位で 1 キログラムまで計れる精密な量りで、ただ 1 回計量することにより、各袋の金貨の真贋をすべて決定せよ。