# 微積分II演習 No.10問題

2015-12-18

1. $s > 1$ を実数、 $D_s = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq s^2, x^2 + y^2 \geq s^2 - 1\}$ とする。 $D_s$ の体積を求めよ。

2. $D = \{(x, y, z) | 0 < z \leq 1, x^2 + y^2 \leq -\log z\}$ とし $D' = \{(x, y, z) | 0 < z \leq e^{-x^2 - y^2}\}$ とする。 $D$ と $D'$ の体積を求めよ。

3. 領域 $D = \{(x, y) | 1/x^2 < y < 3/x^2, x^2 < y < 3x^2\}$ とする。$D$ の面積を求めよ。

4. 領域 $D = \{(x, y, z) | (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 \leq 1\}$ とする。 $D$ の体積を求めよ。

5. $s > 0$ のとき、 $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-x} x^s \frac{dx}{x}$ とする。$\frac{\Gamma(16/3)}{\Gamma(10/3)}$ を求めよ。

6. 半径 $r$ の $n-1$ 次元球面を $S^{n-1}(r) = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n | x_1^2 + \cdots + x_n^2 = r^2\}$ とし、 $f(r)$ を $S^{n-1}(r)$ の $n-1$ 次元体積とする（たとえば、 $n = 2$ のとき、 $f(r) = 2\pi r$）。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x_1^2 - \cdots - x_n^2} dx_1 \cdots dx_n = \int_0^\infty e^{-r^2} f(r) dr = f(1) \int_0^\infty r^{n-1} e^{-r^2} dr$$

を用いて、$f(1)\Gamma(n/2)$ を求めよ。