

例外型の対称 R 空間の標準埋め込み上の錐の面積最小性

菅野貴弘 (筑波大数学)

e-mail: kanno@math.tsukuba.ac.jp

2002 年 2 月 22 日

M を単位球面の部分多様体とする. M 上の点を通る原点からの半直線の和集合を「 M 上の錐」といい C_M と表す. 錐は, 単位球の内部が M を境界とする全ての曲面の中で面積最小になるとき, 面積最小であるという. 曲面 S の点 p を始点とする接線の和集合を S の点 p での接錐という. これは接空間を一般化した概念である. もし接錐がベクトル空間でなければ, p は S の特異点である. もし S が面積最小ならば, S の全ての接錐は面積最小になる. このことから, 特異点を持つ面積最小な曲面を研究するために錐の面積最小性を研究することは重要である.

錐の面積最小性を証明する方法として, 面積非増加レトラクション $\Pi: \mathbb{R} \longrightarrow C_M$ を構成する方法がある. もしこのようなレトラクションが存在したとすると, C_M^1 を C の truncated cone, S を C_M^1 と同じ境界を持つ別な曲面としたとき, $\Pi(S)$ は C_M^1 を覆うから,

$$\text{area}(S) \geq \text{area}(\Pi(S)) \geq \text{area}(C_M^1)$$

となり, C_M の面積最小性が示せる. [2] では, B_l 型の対称対に対応する対称 R 空間の標準埋め込み上の錐について, 制限ルート系を用いて具体的にこのようなレトラクションを構成することにより, その面積最小性を示した.

一方 G. R. Lawlor は [5] でこのようなレトラクションが存在するための十分条件 (曲率判定条件) を与えた. ここでは, Lawlor の curvature criterion を用いて以下の結果を得た.

Theorem 1 (E_6, F_4) , $(E_7, T^1 \times E_6)$ 及び, 制限ルート系が例外型の対称 R 空間の標準埋め込み上の錐は面積最小.

特に [3] の結果とあわせると次がいえる.

Theorem 2 対称 R 空間の標準埋め込み上の錐は面積最小である.

参考文献

- [1] B. N. Cheng, Area-minimizing Cone-type Surfaces and Coflat Calibrations, Indiana Univ. Math. J. **37**, no.3, 1988.

- [2] D. Hirohashi, T. Kanno, and H. Tasaki, Area-minimizing of the cone over symmetric R -spaces. Tsukuba J. Math. vol. 24, no2(2000), 171–188.
- [3] T. Kanno, Area-minimizing cones over the canonical embedding of symmetric R -spaces. to appear in Indiana Univ. Math. J.
- [4] M. Kerckhove, Isolated orbits of the adjoint action and area-minimizing cones. Proc. Amer. Math. Soc. 121(1994), no2 497–503.
- [5] G. Lawlor, A sufficient criterion for a cone to be area-minimizing, Mem. Amer. Math. Soc. vol 91 no. 446, Amer. Math. Soc. Providence RI, 1991
- [6] W.Y.Hsiang, On compact homogeneous submanifolds. Proc. Nat. Math. Soc. 121(1994), no2 497–503.