# 2018 年度 RIMS 共同研究(公開型) 「組合せ論的表現論の諸相」

京都大学数理解析研究所の共同利用事業の一つとして,下記のように研究集会を催しますのでご案内申し上げます.

研究代表者: 佐垣 大輔 (筑波大学)

記

日時 2018年10月9日(火)13:30-2018年10月12日(金)11:45

場所 京都大学数理解析研究所 1 階 111 号室

### 10月9日(火)

13:30 – 14:30 淺井 聡太 (名古屋大学多元数理科学研究科) 前射影的多元環の煉瓦とコクセター群の結び既約な元

- Dynkin type to the set of torsion-free classes in the module category of the corresponding preprojective algebra. Combining it with my result on semibricks, we obtain a bijection from the Coxeter group to the set of semibricks over the preprojective algebra. My aim is to explicitly describe the semibrick associated to each element in the Coxeter group in this bijection. In this process, a combinatorial notion "canonical join representations" introduced by Reading, is very useful. I observed that the canonical join representation of an element in the Coxeter group gives the decomposition of the corresponding semibrick into bricks. I will talk about a combinatorial algorithm to determine the semibrick.
- - アブストラクト. 2005 年に澁川陽一 (北海道大学) は、ヤン・バクスター写像 (= ヤン・バクスター方程式の集合論的解) にパラメータを付加することによりダイナミカル・ヤン・バクスター写像を導入した。また、ダイナミカル・ヤン・バクスター写像の圏論的な枠組みとして、ダイナミカル集合の圏と呼ばれるテンソル圏が澁川自身の手により与えられている.

本講演では、このダイナミカル集合の圏が箙のなす圏に埋め込めることを示し、ダイナミカル・ヤン・バクスター写像が箙論的ヤン・バクスター写像として表現できることを述べる。本発表の内容は、清水健一(芝浦工業大学)との共同研究に基づいている。

### 16:00 - 17:00 津田 照久 (一橋大学経済学研究科)

Birational Weyl group actions via mutation combinatorics in cluster algebras

■ アブストラクト. 団代数は、箙 (有向グラフ)の mutation と呼ばれる操作と、ある簡単な 双有理変換によって生成される代数構造である. 本講演では、大久保直人氏と増田哲氏 (青山大)との共同研究に基づいて、団代数を介したワイル群の双有理表現の構成法について紹介する. 得られる双有理表現は、ある有理代数多様体上のワイル群作用や q-差分パンルヴェ方程式 など、可積分系にも関係した興味深いクラスを与える. とくに、構成の鍵となる「閉路グラフ に付随する鏡映変換」の組合せ的な側面に焦点をあてて論ずる.

### 10月10日(水)

9:30 - 10:30 星野 歩 (広島工業大学工学部)

一列型  $C_n$  型 Macdonald 多項式と変形カタラン数

In  $\mathcal{TIR}$  has been degeneration of the Koornwinder polynomials  $P_{(1^r)}(x|a,-a,c,-c|q,t)$  with one column diagrams, to the type  $C_n$  monomial symmetric polynomials  $m_{(1^r)}(x)$ . The entries of the matrix  $\mathcal{C}$  enjoy a set of certain three term recursion relations, which can be regarded as a (a,c,t)-deformation of the one for the Catalan triangle or ballot numbers. Some transition matrices are studied associated with the type  $(C_n,C_n)$  Macdonald polynomials  $P_{(1^r)}^{(C_n,C_n)}(x|b;q,t)=P_{(1^r)}(x|b^{1/2},-b^{1/2},q^{1/2}b^{1/2},-q^{1/2}b^{1/2}|q,t)$ . It is also shown that the q-ballot numbers appear as the Kostka polynomials, namely in the transition matrix from the Schur polynomials  $P_{(1^r)}^{(C_n,C_n)}(x|q;q,q)$  to the Hall-Littlewood polynomials  $P_{(1^r)}^{(C_n,C_n)}(x|t;0,t)$ . This is a joint work with Jun'ichi Shiraishi (University of Tokyo).

### 10:45 - 11:45 松本 詔 (鹿児島大学理工学研究科)

対称群のスピン表現に対する Kerov 多項式

■ アブストラクト. 対称群の既約指標を正規化したものは、自由キュムラントを変数とする多項式で表すことができる. この多項式は Kerov 多項式と呼ばれ、対称群の漸近的表現論において重要な役割を果たす. ここで自由キュムラントとは自由確率論の用語だが、Young 図形から定まる推移測度のモーメントを通じて定義される量である. Kerov 多項式の係数はすべて非負整数であることが Kerov 自身により予想され、Féray(2009) により証明された. 本講演では対称群のスピン既約指標に対し、対応する「スピン Kerov 多項式」をどのように定めるべきかを考察し、Kerov 予想のスピン版を提示する. arXiv:1803.01121.

- 13:30 14:30 豊澤 由貴 (岡山大学自然科学研究科)・鈴木 武史 (岡山大学自然科学研究科) 巡回的標準盤の数え上げに関する公式について
  - アブストラクト. skew Young 図を平行移動しながら周期的に張り合わせて得られる図を巡回的 skew Young 図 (cylindric diagram), その上の"標準盤"を巡回的標準盤 (cylindric standard tableau) と呼ぶ. 巡回的標準盤は表現論的には(退化)アフィン Hecke 代数の特別なクラスの既約モジュラー表現の基底を記述することが知られており,また,可解模型の理論等に現れるレベル制限付標準盤とも自然に同一視される.本公演では,巡回的標準盤の個数およびその母関数に関するいくつかの公式を紹介し,巡回的組合せ論の立場からの証明についても言及する.また,近年成瀬氏によって得られた skew Young 図上の標準盤の個数に関するフック公式の拡張を予想として提示する.

#### 14:45 - 15:45 岡田 聡一 (名古屋大学多元数理科学研究科)

Multivariate skew hook formula for d-complete posets

 $\blacksquare$   $\ref{PJR}$   $\fi$   $\fi$   $\fi$  In 1954, Frame, Robinson and Thrall gave a nice product formula for the number of standard tableaux on a given Young diagram in terms of hook lengths. Recently Naruse finds a subtraction-free formula for the number of standard tableaux on a skew Young diagram in terms of excited diagrams and hook lengths. On the other hand, Proctor introduced a wide class of posets, called d-complete posets, as a generalization of Young diagrams and shifted Young diagrams, and obtained in collaboration with Peterson a product formula for the multivariate generating function of poset partitions on a d-complete poset P, which implies the hook formula for the number of standard tableaux on P. In this talk, we introduce the notion of excited diagrams for d-complete posets, and present a subtraction-free formula (Naruse-type skew hook formula) for the multivariate generating functions for poset partitions on a d-complete poset with an order filter removed.

This talk is based on a joint work with Hiroshi Naruse (University of Yamanashi).

#### 16:00 - 17:00 内藤 聡 (東京工業大学理工学研究科)

Pieri-Chevalley formula in the equivariant K-theory of semi-infinite flag manifolds

■ アブストラクト. We give a Pieri-Chevalley formula for anti-dominant weights in the torus-equivariant K-group of a semi-infinite flag manifold, which describes the (tensor) product of the class of a line bundle with the class of the structure sheaf of a semi-infinite Schubert variety, in terms of the semi-infinite analog of Lakshmibai-Seshadri paths. As an application, we obtain a Monk formula in the K-group above, which describes the multiplication by the class of the structure sheaf of a semi-infinite Schubert variety of codimension one. On the basis of the isomorphism between the K-group above and the torus-equivariant (small) quantum K-group of an ordinary flag manifold, which has recently been established by Syu Kato, our results yield an explicit description of the quantum product by a line bundle associated to an anti-dominant fundamental weight; in particular, in type A, we can verify a conjectural Monk formula (presented by Lenart and Postnikov) in the quantum K-theory of a flag manifold. This talk is based on a joint work with D. Sagaki and D. Orr.

## 10月11日(木)

9:30 - 10:30 小寺 諒介 (神戸大学理学研究科)

Braid group action on affine Yangian

■ アブストラクト. ヤンギアンへのブレイド群作用を導入し、その性質を調べる. 応用として、アファイン A 型ヤンギアンのハイゼンベルグ部分代数の構成について述べる.

10:45 – 11:45 石川 雅雄 (岡山大学自然科学研究科)

ある平面分割の母関数について

■ アブストラクト. Mills-Robbins-Rumsey の数えた種々の平面分割や descending plane partition 等の母関数について重みを変えて考察したい. 交代符号行列の母関数と比較して様々な予想ができる.

対称関数環の自己同型と dual Grothendieck 多項式

■  $\mathcal{P}\mathcal{I}\lambda$ トラクト. We show that the dual stable Grothendieck polynomials  $g_{\lambda}$  and their sums  $\sum_{\mu\subset\lambda}g_{\mu}$  (which represent K-homology classes of boundary ideal sheaves and structure sheaves of Schubert varieties in the Grassmannians) have the same product structure constants. More precisely, the linear endomorphism  $g_{\lambda}\mapsto\sum_{\mu\subset\lambda}g_{\mu}$  on the ring of symmetric functions is described as the operator  $F^{\perp}$ , the adjoint of the multiplication by F, by  $F=\sum_i h_i=\sum_{\mu}G_{\mu}$  where  $h_i$  is the complete symmetric function and  $G_{\mu}$  is the stable Grothendieck polynomial. Then the fact  $F^{\perp}$  is a ring morphism stems from that the coproduct of F is equal to  $F\otimes F$ . Next we give a generalization: starting with another such elements  $\sum_i h_i t^i$ , we obtain a deformation with a parameter t of the ring automorphism above, as well as identities involving stable and dual stable Grothendieck polynomials.

### 14:45 - 15:45 渡邉 英也 (東京工業大学理学院)

AIII 型の量子対称対上の可積分表現の大域的結晶基底について

■ アブストラクト. Quantum symmetric pairs (QSPs) appear in many areas of mathematics and physics such as representation theory, low-dimensional topology, and integrable system. Especially, QSPs of type AIII are known to have a deep connection with the representation theory of Hecke algebras of type B. In this talk, we introduce the notion of global crystal bases for integrable modules over a QSP of type AIII (with asymptotic parameters), and their properties.

### 16:00 - 17:00 藤田 直樹 (東京工業大学理学院)

多面体に対する差分商作用素と結晶基底の多面体表示

whose lattice points give a polyhedral realization of a highest weight crystal basis. This is also identical to a Newton-Okounkov body of a flag variety, and it gives a toric degeneration. In this talk, we see that a specific class of this polytope is given by Kiritchenko's divided difference operators on polytopes. This implies that polytopes in this class are all lattice polytopes. As an application, we give a sufficient condition for the corresponding toric variety to be Gorenstein Fano.

### 10月12日(金)

### 9:30 - 10:30 安部利之 (愛媛大学教育学部)

Extensions of tensor products of the VOA  $V_{\sqrt{2}A_n}^{\sigma}$ 

■  $\mathcal{P}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$   $\mathcal{I}$  . The VOA  $V_{\sqrt{2}A_n}$  is the lattice vertex operator algebra associated with an even lattice  $\sqrt{2}A_n$ , where  $A_n$  is the rank n root lattice of type A. An (n+1)-cycle  $\sigma$  of the Weyl group  $W(A_n)\cong S_{n+1}$  lifts to an automorphism of  $V_{\sqrt{2}A_n}$  of order n+1. We describe extensions of tensor products of the orbifold model  $V_{\sqrt{2}A_n}^{\sigma}$  like as framed vertex operator algebras. This talk is based on a joint work with Ching Hung Lam and Hiromichi Yamada.

#### 10:45 - 11:45 和田 堅太郎 (信州大学理学部)

 $(q, \mathbf{Q})$ -カレント代数の有限次元既約表現

■ アプストラクト. A  $(q, \mathbf{Q})$ -current algebra  $U_q(\mathfrak{gl}_m^{\mathbf{Q}}[x])$  was introduced in a study of cyclotomic q-Schur algebras.  $U_q(\mathfrak{gl}_m^{\mathbf{Q}}[x])$  has parameters q and  $\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \dots, Q_{m-1})$ . If we put q = 1, we obtain the universal enveloping algebra of the deformed current Lie algebra  $\mathfrak{gl}_m^{\mathbf{Q}}[x]$ , where  $\mathfrak{gl}_m^{\mathbf{Q}}[x]$  is a certain deformation of the polynomial current Lie algebra  $\mathfrak{gl}_m[x]$  associated with the general linear Lie algebra  $\mathfrak{gl}_m$  with deformation parameters  $\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_{m-1})$ .

In this talk, we discuss on finite dimensional simple modules of  $(q, \mathbf{Q})$ -current algebras.