

トポロジー入門演習

担当 丹下 基生：研究室 (D506) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

第11回 ('15年12月28日：Keywords・・・連続写像)

まとめ.

問題 109 [制限写像]

$f: X \rightarrow Y$ が連続で、 $A \subset X$ ならば、 f を A に制限した写像 $f_A: A \rightarrow Y$ も連続であることを示せ.

問題 110 [像への写像の連続性]

$f: X \rightarrow Y$ が連続ならば、 $g: X \rightarrow f(X)$ を $X \ni x$ に対し $g(x) = f(x)$ により定めるとき、 g は連続である. また、 $f = j \circ g$ であり、ただし、 $j: f(X) \rightarrow Y$ は包含写像である.

問題 111 [点列連続]

$(X_1, \rho_1), (X_2, \rho_2)$ を距離空間とし、 $f: X_1 \rightarrow X_2$ を写像とする. 次の条件は同値であることを示せ.

(1) f は連続

(2) X_1 の点列 $\{x_n\}$ が X_1 の点 x に収束すれば、 X_2 の点列 $\{f(x_n)\}$ は X_2 の点 $f(x)$ に収束する.

問題 112 [稠密部分集合上で一致する関数]

f, g を位相空間 X 上の連続関数、 D を X において稠密な集合とする. D の各点において $f(x) = g(x)$ が成り立つならば、 X のすべての点に対して $f(x) = g(x)$ が成り立つことを示せ.

問題 113 [同相写像]

$f: X \rightarrow Y$ を全単射連続写像とする. このとき、 f が同相写像であることは、 f が開写像であることと同値である.

問題 114 [全単射連続だが同相でない例]

全単射連続だが、同相写像でないものをあげよ.

問題 115 [立体射影]

3次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^3$ において、 $S^2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ とする. 写像 $f: \mathbb{R}^3 - \{x_3 = 1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ を $f(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{x_1}{1-x_3}, \frac{x_2}{1-x_3} \right)$ とする. この写像によって、 $\mathbb{R}^3$ のどの部分が平面と同相になったか? 説明せよ.

Homepage: <http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/15/top.html>

Blog: <http://motochans.blogspot.jp>

Twitter ID: BasicMathIIB