

## 第15回 ('16年8月3日：Keywords・・・定期試験)

今日の課題.

1. 自分の力で以下の問題を解くこと.

### 問題-15-A.

関数の連続性について以下の問題に答えよ.

- (1) 関数  $f(x)$  が  $x = a$  で連続であることをいわゆる  $\epsilon - \delta$  論法を用いて定義せよ.
- (2) (1) の定義を用いて、関数  $y = 2x^2 + x$  が  $x = 0$  で連続であることを証明せよ.

### 問題-15-B.

以下の値の絶対値が小さい順に並び替えよ.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{1 + \sin x}, \quad \int_0^1 x^2 \log x \, dx, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

ただし、 $\pi = 3.14\dots$  また  $\log 2 = 0.6931\dots$  と小数展開できることを用いても良い.

### 問題-15-C.

以下の積分が積分区間のいずれの端においても広義積分可能であることを示し、積分を実行せよ.

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$$

### 問題-15-D.

次の関数  $y = f(x)$  の  $x = 0$  でのテイラー展開を2次の項まで求めよ.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

### 問題-15-E.

次の極限を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x (1 - \cos x)}$$