

**第9回** ('16年6月22日 : Keywords ... 積分)

今日の課題.

1. 基本的な積分計算 (部分積分、置換積分など) ができること . 2. 一部有理関数の積分計算ができること .

**33. 定積分**  $f(x)$  を  $[a, b]$  上の関数とする . このとき、 $n \in \mathbb{N}$  に対して、 $\Delta = \{(t_0, t_1, \dots, t_n) | a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b\}$  を区間  $[a, b]$  の分割として、 $|\Delta| = \max\{t_{i+1} - t_i; 0 \leq i < n\}$  とする . また、任意の  $\Delta$  と  $0 \leq i < n$  に対して、 $\xi_i \in [t_{i+1}, t_i]$  を任意に選ぶ . このとき、分割全体の中で、 $|\Delta| \rightarrow 0$  なる次のような極限

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta: |\Delta| \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{n-1} (t_{i+1} - t_i) f(\xi_i)$$

が収束するとき、 $f(x)$  をリーマン積分可能という .

**問題-9-A.**

以下の不定積分を計算せよ .

(1)  $\int \sin^n x \cos x dx$

(2)  $\int \log \cos x dx$

(3)  $\int x^2 \log x dx$

(4)  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

(5)  $\int \arcsin x dx$

(6)  $\int \sinh^2 x dx$

(7)  $\int \frac{dx}{x \log x}$

(8)  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$

(9)  $\int x \sqrt{1-x} dx$

(10)  $\int \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$

(11)  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

(12)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

(13)  $\int x^2 e^{3x} dx$

(14)  $\int x \log x dx$

(15)  $\int \sinh x dx$

(16)  $\int x^3 \log x dx$

(17)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$

(18)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$

(19)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}$

(20)  $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$

**問題-9-B.**

以下の定積分を計算せよ.

(1)  $\int_2^3 \frac{xdx}{x(x-1)(x+1)}$

(2)  $\int_0^x \arctan x dx$

(3)  $\int_0^1 t^3 e^{-t^2} dt$

(4)  $\int_0^1 x^2(x-1)^5 dx$

(5)  $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$

(6)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$

(7)  $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)(x^2+1)}$

(8)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\text{Arctan}x}{1+x^2} dx$

(9)  $\int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos\theta} d\theta$

(10)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}$

(11)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$

(12)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^4+1}$

**問題-9-C.**

以下の不定積分の満たす  $n$  に関する漸化式を求めよ.

(1)  $\int_1^x (\log x)^n dx$

(2)  $\int_0^x \frac{1}{(x^2+1)^n} dx$

(3)  $\int_0^x \sin^n x dx$

(4)  $\int_1^x (\tan x)^n dx$

(5)  $\int_0^x \frac{1}{(x^2+1)^n} dx$

(6)  $\int_0^x \sin^n x dx$

### 宿題-9-1. [定積分の計算]

$$(1) \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1)^3(x-1)^4 dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$$

$$(3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{Arcsin} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(4) \int_0^{\log 2} \sqrt{1+t^2} dt$$

### 宿題-9-2. [定積分]

$$(1) \int_0^x e^t \sin t dt$$

$$(2) \int_0^x \tanh t dt$$

### 宿題-9-3. [漸化式と定積分]

次の問題について答えよ.

$$(1) \int_0^a \frac{dx}{\cos^n x} \text{ の満たす } n \text{ に関する漸化式を求めよ.}$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^3 x} \text{ の値を求めよ.}$$

**質問・その他** 今日の微積分学の演習における質問、また勉強中迷ったことがあれば、自由に書いてください.

ホームページ: <http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/16/bis.html>

(主にプリントのダウンロード用)

blog: (<http://motochans.blogspot.jp/>)

(授業内容など)

Twitter: BasicMathIIB

(blog など更新情報などその他)

ランダウの記号について

([http://motochans.blogspot.jp/2014/10/blog-post\\_13.html](http://motochans.blogspot.jp/2014/10/blog-post_13.html))

質問コーナー

(質問など部屋 B715 にて受け付けます. 月曜 PM3 時まで、火曜 PM4 時半まで. 事前要相談)

手習い塾

(1H205. 火曜 PM4:45 から 6:00)