

# 線形代数続論演習

担当 丹下 基生：研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

## 第10回 ('16年7月1日：Keywords・・・ジョルダン標準形)

### 今日の課題.

1. ジョルダン標準形を求められるようになること.

### まとめ.

**10-1. ジョルダン標準形**・・・任意の正方行列  $A$  の表現行列がジョルダン細胞に分解するような基底を求めること. つまり、ある正則行列  $P$  を使って、

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} J(\lambda_1) & O & \cdots & O \\ O & J(\lambda_2) & \cdots & \\ \cdots & & \ddots & \\ O & \cdots & O & J(\lambda_r) \end{pmatrix}$$

なるようにする. ここで、 $J(\lambda)$  はジョルダン細胞と呼ばれ、

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

のような形の行列となる.

**10-2. 標準形の求め方**・・・広義固有空間ごとに、第9回の方法を適用すれば良い.

### B-10-1. [ジョルダン標準形]

次の行列を標準化せよ.

(1)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(2)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(3)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(4)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(5)  $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 \\ -36 & -5 & 0 \\ -7 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(6)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(7)  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -15 & -3 & 1 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(8)  $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -9 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(9)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -9 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(10)  $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -13 & -6 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(11)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & 0 \\ 13 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

(12)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & 0 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$(13) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

### B-10-2. [ヤング図形]

箱が6個以下のヤング図形を全て分類せよ.

---

### C-10-1. [ジョルダン標準形]

$c$  を自分の学籍番号の下一桁目とする. 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 5 & -3 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & -3 & 1 & 0 & 1 \\ c+5 & 0 & 4 & -c-2 & 1 & c \end{pmatrix}$$

において以下の問題に答えよ.

- (1) 固有値の集合を求めよ.
  - (2) 固有値における広義固有空間を求めよ.
  - (3) それぞれの広義固有空間における、ヤング図形を求めよ.
  - (4)  $\mathbb{R}^6$  上の適当な基底を用いて  $A$  を標準化せよ.
- 

ホームページ：<http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/16/senzoku.html>

(主にプリントのダウンロード用)

blog：[\(http://motochans.blogspot.jp/\)](http://motochans.blogspot.jp/)

(授業内容など)

相談、質問などいつでも承ります. アドレスはプリント1ページ目上部.