

# 線形代数続論演習

担当 丹下 基生 : 研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

## 第14回 ('16年7月29日 : Keywords ... 定期テスト)

### 今日の課題.

1. 以下の問題を自分の力だけで解くこと . 2. 14-4, 14-5 はどちらかだけとけばよい . 両方解いた場合良いほうの得点を採用する .

#### 問題-14-1.

正規行列の定義とその性質を述べよ .

#### 問題-14-2.

次の行列について以下の問題に答えよ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1)  $A$  の固有値を求めよ .
- (2) 固有値それぞれにおける固有空間と広義固有空間を求めよ .
- (3)  $A$  のジョルダン標準形とジョルダン基底を一組求めよ .

#### 問題-14-3.

$V$  を実数係数の多項式全体の集合  $\mathbb{R}[x]$  とする . このとき、以下の問題に答えよ .

- (1)  $f(x) = x(x-1)^2$  とおく .  $f(x)V = \{f(x)g(x) | g(x) \in V\}$  は  $V$  の部分空間であることを示せ .
- (2)  $W$  を商空間  $V/f(x)V$  とするとき .  $W$  の基底を一組求めよ .
- (3) 線形写像  $p : W \rightarrow W$  を  $[g(x)] \mapsto [(x-1)g(x)]$  と定義したとき、 $W$  の適当な基底による  $p$  の表現行列を求めよ .
- (4) (3) の写像  $p$  は対角化可能か ?

#### 問題-14-4.

次のべき単行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して、 $a, b, c$  を  $a \neq 0$  かつ  $b \neq 0$  となる整数とする . このとき、

$$A^a B^b C^c = PABCP^{-1}$$

となるような、正則行列  $P$  を一つ求めよ . 難しければ、 $(a, b, c) = (1, 1, 0)$  として考えてよい .

#### 問題-14-5.

次の2次曲線はどのような形であるか ?

$$x^2 - 4xy + y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$$