

トポロジー入門演習

担当 丹下 基生 : 研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

補足・追加プリント (2016.11.14(第5回))

§2 距離空間

問題 2-17 [非ユークリッド幾何の距離位相]

平面 \mathbb{R}^2 上の開円盤を A 、その周を B とする。 A の 2 点 x, y を通る直線を B との交点を a, b とし、 b, x, y, a の順に並んでいるようにする。この 4 点の非調和比 $(xa/ya)/(xb/yb)$ を $(xyab)$ で表す。

$$d(x, y) = |\log(xyab)|$$

とおく。このとき、以下の問題に答えよ。

1. d は A 上の距離を与えることを示せ。
2. A の普通の直線は、その上の任意の 3 点が 3 角不等式を満たすという意味において (A, d) の直線であることを示せ。
3. (A, d) はその直線 l 外の 1 点を通して 2 本以上の直線を l に平行に引くことができることを示せ。

問題 2-18 [Hausdorff の距離]

有界距離空間 X の巾空間 2^X (問題 17-30) の 2 元 A, B に対して

$$\rho(A, B) = \sup\{d(x, B) | x \in A\}$$

$$d(A, B) = \max\{\rho(A, B), \rho(B, A)\}$$

とおけば、この d は 2^X 上の距離を与えることを示せ。

§17 分離公理

問題 17-30 [Vietoris の位相]

X を位相空間とする。 X の閉集合全体のなす族を X の巾 (べき) 空間といい、 2^X とあらわす。巾空間 2^X の開基として

$$\langle U_1, \dots, U_k \rangle = \{B \in 2^X | B \subset \cup_{i=1}^k U_i, B \cap U_i \neq \emptyset (i = 1, \dots, k)\}$$

なる形の集合全体をとる。ただし、 U_1, \dots, U_k は X 上の開集合とする。 X が T_1 空間とすると、このようにして 2^X に導入された位相も T_1 であることを示せ。

§19 完備距離空間・全有界

問題 19-12 [Baire の距離空間]

問題 2-1-7 の距離空間を Baire の距離空間という。この距離空間は完備であることを示せ。