トポロジー入門演習

担当 丹下 基生：研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp）

補足・追加プリント (2016.12.5(第 7 回))

---

§6 位相空間

問題 6-16 [位相の共通部分]
X を集合とし、$\{\mathcal{U}_\lambda|\lambda\in\Lambda\}$ を X 上の位相からなる任意の集合とする．このとき、$\cap_{\lambda\in\Lambda}U_\lambda$ もまた、X 上の位相となることを示せ．さらに、$\cap_{\lambda\in\Lambda}\mathcal{U}_\lambda=\inf\{\mathcal{U}_\lambda\}$ となることを示せ.

---

§8 開基

問題 8-13 [閉基]
$\mathcal{F}$ を位相空間 X の閉集合の族であって、X の任意の閉集合 F に対して $\mathcal{F}$ の部分集合 Λ が存在して $F=\cap_{V\in\Lambda}V$ としてかけるものを閉基という．$\mathcal{F}$ が閉基であるための必要十分条件は、各 X の任意の閉集合 A と、$x\notin A$ なる任意の点 x において、$A\subset F$ かつ $x\notin F$ となる $F\in\mathcal{F}$ が存在することであることを示せ．できるか？

---

§9 収束

9-6. 列型空間 ••• 位相空間 X の任意の部分集合 A に対して、次の同値性が成り立つ空間を列型位相空間という.「A の任意の収束点列が A において閉じている $\Leftrightarrow$ A が閉集合である.」
(収束点列が A において閉じているとは、その極限値も A に入ることをいう．)

問題 9-6 [第一可算ならば、列型であること]
位相空間が第一可算ならば、列型空間であることを示せ.

---

§18 コンパクト性

18-14. コンパクト生成空間 ••• X がの部分集合 A が開集合であることの必要十分条件が「任意のコンパクト部分空間 K に対して、$K\cap A$ が K において開集合であること」を満たすような位相空間のこと.

問題 18-41 [パラコンパクトハウスドルフ空間]
パラコンパクトでハウスドルフな空間は正規であることを示せ.

問題 18-42 [コンパクト生成空間]
コンパクト生成空間の定義における開集合を閉集合に変えても同じ定義であることを示せ.

問題 18-43 [第一可算な空間のコンパクト生成性]
第一可算ならば、コンパクト生成空間であることを示せ.
