

トポロジー入門演習

担当 丹下 基生 : 研究室 (B715) mail(tange@math.tsukuba.ac.jp)

補足・追加プリント (2016.12.26(第 10 回))

§17 分離公理

17-6. Urysohn の定理 … 位相空間 (X, \mathcal{O}) は次は同値である .

1. X は T_4 を満たす .
2. F, H が互いに素な閉集合とすると、ある X 上の連続関数 $f : X \rightarrow I$ が存在して、 $f^{-1}(0) = F$ かつ $f^{-1}(1) = H$ となる .

問題 17-32 [ウリゾーンの定理]

ウリゾーンの定理 (X が T_4 なら、互いに素な閉集合 A, B に対して、単位区間 I への連続関数 $X \xrightarrow{f} I$ が存在して、 $f^{-1}(0) = A, f^{-1}(1) = B$ となる) ことを証明せよ .

問題 17-33 [T_3 でない T_2 空間]

\mathcal{U} を \mathbb{R} 上の通常の距離空間の距離位相とする . $A = \{1/i \mid i \in \mathbb{N}\}$ とする . $\{U - A \mid U \in \mathcal{U}\} \cup \mathcal{U}$ を開基とする位相を \mathbb{R} に入れ直すと、この位相は、 T_2 だが、 T_3 でないことを示せ . (ヒント: A は閉集合である .)

問題 17-34 [T_4 空間における同値性]

T_4 空間 X の閉集合 F はいかが同値であることを示せ .

1. F は閉かつ G_δ 集合である .
 2. F はゼロ集合である .
-