

トポロジー入門演習第5回 ('17年10月30日)

(写像が連続とはどういうことだろうか。)

学籍番号

班 氏名

課題 5-1. (関数の連続性)

(X, \mathcal{O}_X) と (Y, \mathcal{O}_Y) を位相空間とし、 $f: X \rightarrow Y$ を写像とする。 f の連続性と $a \in X$ での連続性を説明 5-1 で定義したもとする。

$f: X \rightarrow Y$ が連続であること $\Leftrightarrow \forall a \in X$ で f が連続であることを示せ。

学籍番号

班 氏名

課題 5-2. (閉集合を用いた連続性の定義)

$f: X \rightarrow Y$ が連続とは、開集合の逆像がまた逆像であることとして定義した。閉集合を用いて連続性を定義せよ。

課題 5-3. (内部・閉包)

$A \subset B$ とする。 $f : X \rightarrow Y$ とし、 $\mathcal{O}_X, \mathcal{O}_Y$ を X, Y の位相とする。以下を証明せよ。

1. $A^\circ \subset B^\circ$
2. $\bar{A} \subset \bar{B}$
3. $\forall A \subset Y, f^{-1}(A^\circ) \subset f^{-1}(A)^\circ \Leftrightarrow (U \in \mathcal{O}_Y \Rightarrow f^{-1}(U) \in \mathcal{O}_X)$

課題 5-4. (開写像・閉写像)

説明 5-2 の写像 $i : X \rightarrow X$ に対して、以下を示せ。

1. i が開写像であるための $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2$ の条件を示せ。
2. i が閉写像であるための $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2$ の条件を示せ。
3. \mathbb{R}^2, \mathbb{R} に通常のユークリッド距離を用いた距離位相を入れておく。

$$p : (x, y) \mapsto x$$

とすると、 p は連続な開写像だが、閉写像ではないことを示せ。