

トポロジー入門演習第6回 ('17年11月13日)

(近傍系と基本近傍系の違い)

学籍番号

班 氏名

課題 6-1. (基本近傍系)

基本近傍系 ($\forall U \in \mathcal{N}(x), \exists V \in \mathcal{N}^*(x)$ s.t. $x \in V \subset U$) について以下の問題に答えよ。

1. \mathbb{R}^2 上の通常の距離位相に対して、基本近傍系を構成し、それが基本近傍系であることを示せ。
2. \mathbb{R}^2 上の通常の位相において、各点において可算個の基本近傍系を持つことを示せ。(このような位相を第一可算という。)

課題 6-2. (連続であることの定義)

$f: X \rightarrow Y$ が連続であることを

$$\forall V \in \mathcal{O}_Y \Rightarrow f^{-1}(V) \in \mathcal{O}_X$$

と定義する。このとき、

1. $\mathcal{C}_X, \mathcal{C}_Y$ を X, Y の閉集合の全体とする。 f が連続であることと、以下が同値であることを示せ。

$$\forall V \in \mathcal{C}_Y \Rightarrow f^{-1}(V) \in \mathcal{C}_X$$

2. 写像 $f: X \rightarrow Y$ に対して、 f が x で連続であることと、以下が成り立つことが同値であることを示せ。

$$x \in X \text{ に対して、 } \forall V \in \mathcal{N}(f(x)) \text{ に対して、 } \exists U \in \mathcal{N}(x) \text{ s.t. } f(U) \subset V$$

3. $\mathcal{N}^*(x)$ を x の基本近傍系とする。写像 $f: X \rightarrow Y$ に対して、 f が x で連続であることと、以下が成り立つことが同値であることを示せ。

$$x \in X \text{ に対して、 } \forall V \in \mathcal{N}^*(f(x)) \text{ に対して、 } \exists U \in \mathcal{N}^*(x) \text{ s.t. } f(U) \subset V$$