

第 1 回 ('17 年 4 月 17 日)

注意事項-1.

1. 1 日 3 人程度
2. 書いてあることを日本語でわかりやすく解説をする .
3. 本に書いてある演習は解いてくる .
4. 出席を取る .
5. 分からない部分があれば必ず教官に連絡をとること .

問題-1-1. [英文和訳]

次の英文を和訳せよ .

- (1) Euclidean n -space \mathbb{R}^n is defined as the set of all n -tuples (x^1, \dots, x^n) of real numbers x^i (a “1-tuple of numbers” is just a number and $\mathbb{R}^1 = \mathbb{R}$, the set of all real numbers). An element of \mathbb{R}^n is often called a point in \mathbb{R}^n , and $\mathbb{R}^1, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ are often called the line, the plane, and space, respectively. If x denotes an element in \mathbb{R}^n , then x is an n -tuple of numbers, the i th one of which is denoted x^i ; thus we can write

$$x = (x^1, \dots, x^n). \quad (1)$$

- (2) Theorem: There are no four points in the plane such that the distance between each pair is an odd integer. (2)

- (3) Theorem: A rectangle R with side lengths 1 and x , where x is irrational, cannot be tiled by finitely many squares (so that the squares have disjoint interiors and cover all of R). (2)

- (4) Suppose that complete bipartite graphs H_1, H_2, \dots, H_m disjointly cover all edges of K_n . Let X_k and Y_k be the color classes of H_k . (The set $V(H_k) = X_k \cup Y_k$ is not necessarily all of $V(K_n)$.)

We assign an $n \times n$ matrix A_k to each graph H_k . The entry of A_k in the i th row and j th column is

$$a_{ij}^{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \in X_k \text{ and } j \in Y_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

We claim that each of the matrices A_k has rank 1. This is because all the nonzero rows of A_k are equal to the same vector, namely, the vector with 1s at positions whose indices belong to Y_k and with 0s elsewhere. (2)

[参考文献]

- (1) M. Spivak, Calculus on Manifolds

- (2) J. Matousek, Thirty-three miniatures Mathematical and Algorithmic Applications of Linear Algebra

問題-1-2. [微積分 I]

次の問題を解け .

- (1) 以下の積分が積分区間のいずれの端においても広義積分可能であることを示し、積分を実行せよ .

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$$

- (2) 次の極限を求めよ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x(1 - \cos x)}$$

問題-1-3. [微積分 II]

次の関数の極値を取る点があれば求め、それが、極大か極小か判定せよ . また極値の値を求めよ .

$$f(x, y) = x^4 + 2y^2 - 4xy$$

まとめ.

1-1. グラフ ... グラフ G とは頂点の集合 $V(G)$ と辺の集合 $E(G)$ からなる集合で、 $E(G)$ の任意の元 v に対して、ある $V(G)$ の元のペア $\{a, b\}$ を対応させることができるものとする . v の対応が $\{a, b\}$ であるとき、 v は a, b を繋ぐ辺という .

1-2. 完全グラフ (complete graph) K_n ... すべての頂点のペアに対してそれをつなぐ辺が存在するようなグラフのことをいう .

ホームページ : <http://www.math.tsukuba.ac.jp/~tange/jugyo/17/gai.html>

blog : (<http://motochans.blogspot.jp/>)

Twitter : BasicMathIIB

相談、質問などいつでも承ります . アドレスはプリント 1 ページ目上部 .