

トポロジー入門演習第12回 ('18年1月9日)

説明 12-1. (ハウスドルフ空間)

ハウスドルフ空間とは何か？説明し、共有せよ。例えば、 \mathbb{R}^2 がハウスドルフであるとは、どのようなことをさすか？

説明 12-2. (正規空間と正則空間)

正規空間、正則空間とは何か？説明し、共有せよ。また、どちらの条件の方が強い
か？また、ハウスドルフ空間とも比べよ。

説明 12-3. (平面の閉集合を分離する開集合)

\mathbb{R}^2 上の部分集合 $F = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$ と $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1, x, y > 0\}$ はどちらも閉集合であるが、それはどのように示されるか？簡潔に示せ。また、 F, G を分離する開集合を作る方法を共有せよ。つまり、 $F \subset U, G \subset V$ かつ $U \cap V = \emptyset$ を満たす開集合 U, V の存在を示せ。

説明 12-4. (分離公理)

正規空間 (X, \mathcal{O}) の任意の閉集合に誘導される空間も正規であることを以下のようにして示そう。

1. $A \subset X$ を閉集合とする。 $(A, \mathcal{O}|_A)$ の閉集合を F, G とせよ。
2. $F = A \cap V$ かつ $G = A \cap W$ なる X の閉集合 V, W が存在することを確認せよ。
3. X が正規であることから、 V, W に対して、どのようなことがいえるか説明せよ。
4. さらにこのあと、どのようにすれば証明が完成するか？