

## トポロジー入門演習第7回 ('17年11月20日)

---

### 説明 7-1. (開基)

以下のようにして開基について理解せよ。

1. 開基の定義を説明せよ。
2. 位相空間の開集合は開基を使ってどのように作られているのだろうか？

**説明 7-2.** (開集合を作ろう)

以下の  $\mathbb{R}$  の部分集合を基本的な部分集合を組み合わせて (和集合で) 作ってみよ。

1.  $\{x \mid 0 < x < 1, x \neq 1/2\}$
2.  $\{x \mid 1 < \tan x < \infty\}$
3.  $\{x \mid \sin(1/x) > 0, x > 0\}$

また、これらがユークリッド位相における開集合であることは、関数の連続性からどのようにわかるだろうか？

**説明 7-3.** (生成される位相)

$S \subset \mathcal{P}(X)$  が位相  $\mathcal{O}$  を生成するというはどのようなことだろうか？

1.  $S$  から有限個の部分集合をとって  をとり、できた部分集合を集めて、さらに  をとることで全ての  $\mathcal{O}$  が構成できたときに、 $S^1$  は  $\mathcal{O}$  を生成するという。
2. 位相  $\mathcal{O}$  が  $S \subset \mathcal{P}(X)$  によって生成されるということは、 $\mathcal{O}$  の開集合は、 $S$  を使って、どのようにかけるか説明せよ。
3.  $\mathbb{R}$  上の部分集合  $(-\infty, 1)$  と  $(0, \infty)$  からなる集合  $S = \{(-\infty, 1), (0, \infty)\}$  を使って、生成される位相  $\mathcal{O}(S)$  を作るとする。この位相は何か？

---

<sup>1</sup>このような  $S$  のことを、準開基という。

**説明 7-4.** (生成される位相)

$\mathbb{R}$  上に、 $\{(2n-1, 2n+1) | n \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2n, 2n+2) | n \in \mathbb{Z}\}$  から生成される位相はどのような位相か説明せよ。これは  $\mathbb{R}$  上の距離位相を生成しているだろうか？