

トポロジー入門演習第8回 ('17年12月4日)

説明 8-1. (位相の大小と誘導される位相)

位相の大小、誘導される位相について理解せよ。

1. 位相が大きい、小さいとはどういうことか説明せよ。
2. 連続写像 $f : X \rightarrow Y$ があったとき、 X, Y のどちらの位相を大きく、もしくは小さくして連続性は変わらないようにできるか。よく考えて説明せよ。
3. 写像 $f : X \rightarrow Y$ があったときに、誘導される位相とは X, Y のうち、どちらの位相を使ってどちらの位相を定義することか？
4. 連続写像 $f : (X, \mathcal{O}_X) \rightarrow (Y, \mathcal{O}_Y)$ があるとする。 \mathcal{O}_X と、 \mathcal{O}_Y から誘導される位相 \mathcal{O}_f とはどのような関係か？

説明 8-2. (相対位相)

相対位相について下のような手順に沿って具体的に説明せよ。

1. 相対位相とはどのような位相か説明せよ。
2. 実数直線上の通常距離位相をいれるとすると、 $[0, 1]$ 上の相対位相はどのような位相か説明せよ。
3. とくに、 0 の近傍とはどのような集合であるか？

説明 8-3. (商写像)

商写像について説明せよ。

1. 誘導される位相は、写像 $f : X \rightarrow Y$ があったときに、 Y の位相を使って X に与えられる位相であった。商空間は f が全射であるときに、 Y に与えられる位相であることを伝えよ。
2. 商写像とはどのような写像か説明せよ。
3. 商空間はどのように定義されるか。
4. 商写像 $f : (X, \mathcal{O}_X) \rightarrow (Y, \mathcal{O}_Y)$ があるとする。 \mathcal{O}_Y は、商位相 $\mathcal{O}(f)$ とどのような関係か？

説明 8-4. (距離空間上の相対位相)

d を X 上の距離とする。 $(X, \mathcal{O}_{X,d})$ を X 上の d に関する距離位相とする。 $Y \subset X$ を部分集合とする。

1. d を Y に制限することで、 Y も距離空間になることを説明せよ。
2. Y は距離位相 $(Y, \mathcal{O}_{Y,d})$ が定義できることを説明せよ。
3. $\mathcal{O}_{Y,d}$ は $\mathcal{O}_{X,d}$ の相対位相であるだろうか？