

トポロジー入門演習第14回 (第3回小テスト) ('18年1月22日)

学籍番号

班 氏名

問題 14-1. (開基)

1. $\mathcal{B} \subset \mathcal{O}$ が位相空間 (X, \mathcal{O}) の開基であること ($\forall U \in \mathcal{O} \Rightarrow \mathcal{B}' \subset \mathcal{B}$ が存在して、 $U = \cup_{V \in \mathcal{B}'} V$) は次が成り立つことと同値であることと示せ。

$\forall U \in \mathcal{O}$ と、 $\forall x \in U$ に対して $\exists V \in \mathcal{B}$ が存在して、 $x \in V \subset U$ となる。

2. \mathbb{R}^2 が第二可算公理を満たすことを示せ。
3. $X = \mathbb{R}^N$ 上の積位相の開基を与えよ。

問題 14-2. (分離公理)

1. (X, \mathcal{O}) がハウスドルフ空間であることと、対角線集合 $\Delta = \{(x, x) | x \in X\}$ が閉集合であることは同値であることを示せ。

2. X が T_4 空間であることと、以下が同値であることを示せ。

$\forall F, \forall U$ をそれぞれ閉集合、開集合とする。もし、 $F \subset U$ であるなら、ある開集合 V が存在して、

$$F \subset V \subset \bar{V} \subset U$$

となる。