

# トポロジー入門演習第13回 ('18年1月17日)

(有限)

学籍番号

班 氏名

---

## 課題 13-1. (コンパクト)

位相空間  $(X, \mathcal{O})$  において以下の主張を証明せよ。

1. 有限個の点の集合はコンパクトである。
2.  $X$  が離散空間なら、 $X$  がコンパクトであることと有限集合であることは同値である。
3.  $a < b$  なる実数において、开区間  $(a, b)$  がコンパクトでない。
4.  $a < b$  なる実数において、开区間  $[a, b]$  がコンパクトである。

**課題 13-2.** (コンパクト空間)

以下を示せ。

1. コンパクト空間の閉集合は全てコンパクトであることを示せ。
2. コンパクトな集合の連続写像による像はコンパクトであることを示せ。

**課題 13-3.** (ハイネボレルの被覆定理)

$A \subset \mathbb{R}$  がコンパクト集合であることと、 $A$  が有界閉集合であることは同値であることを示せ。ただし、 $\mathbb{R}$  は通常のエウクリッド距離位相を入れておく。(距離空間のコンパクトな部分集合は有界閉集合である。)

**課題 13-4.** (ハウスドルフ空間とコンパクト集合)

$X$  をハウスドルフ空間とする。

1.  $A \subset X$  をコンパクト集合とする。  $x \notin A$  なる点  $x$  と  $A$  はある開集合  $U, V$  によって分離されることを示せ。
2.  $A \subset X$  がコンパクト集合であれば、  $A$  は閉集合であることをしめせ。
3.  $X$  をコンパクト空間、  $Y$  をハウスドルフ空間とする。  $f : X \rightarrow Y$  が全単射連続であるなら、  $f$  は同相写像であることを示せ。