

# トポロジー入門演習第15回 ('18年1月29日)

(連結であるとは?)

学籍番号

班 氏名

---

## 課題 15-1. (連結)

1.  $\mathbb{R}$  が連結であることを示せ。
2.  $f : X \rightarrow Y$  が連続とする。  $A \subset X$  が連結であれば、  $f(A)$  も連結であることを示せ。

**課題 15-2.** (弧状連結)

1.  $X$  が連結であることと、 $\forall x, y \in X$  に対して、ある連結部分集合  $A \subset X$  が存在して、 $x, y \in A$  となることを示せ。
2. 位相空間  $X$  が弧状連結なら  $X$  は連結であることを示せ。

**課題 15-3.** (連結成分)

$X$  を位相空間とする。

1.  $A \subset X$  が連結なら、 $A \subset B \subset \bar{A}$  となる任意の集合  $B$  も連結であることを示せ。(ヒント:  $B$  が  $A \subset B \subset O_1 \cup O_2$  となる、開かつ閉集合  $O_1, O_2$  によって分割されたとすると、どちらかは  $A$  に含まれないことになることを示せ。)
2.  $x \in X$  を含む連結成分  $C(x)$  は閉集合であることを示せ。

**課題 15-4.** ( $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{Q}^2$  の連結性)

以下を証明せよ。

1.  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  は連結か？
2.  $\mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{Q}^2$  の連結か？