

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当 : 丹下
基生

トポロジー入門演習 (第 8 回)

担当 : 丹下 基生

研究室 B715

12/4/2017

中だるみしてない？

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当：丹下
基生

演習のその他の心構え

- 基本的にあらゆる数学の授業は自主的な学習が必須。
- 誰かがいつか教えてくれる、では何も身につかない。
- 必ず自分のアタマで考える。
- 突然授業がわからなくなったら、あなたの成長のチャンス。
- 分かるところと分からないところの境界点を探る。
- 指導教官に聞く。ノートをよく読む。教科書を読む (これはできる人とできない人がいる)。
- 不理解を後回しにせずその場その場ですぐ解決する。

そして来週は小テスト 5-7

説明

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

8-1(位相の大小と誘導される位相)

位相の大小、誘導される位相について理解せよ。

- ① 位相が大きい、小さいとはどういうことか説明せよ。
- ② 連続写像 $f : X \rightarrow Y$ があったとき、 X, Y のどちらの位相を大きく、もしくは小さくして連続性は変わらないようにできるか。よく考えて説明せよ。
- ③ 写像 $f : X \rightarrow Y$ があったときに、誘導される位相とは X, Y のうち、どちらの位相を使ってどちらの位相を定義することか？
- ④ 連続写像 $f : (X, \mathcal{O}_X) \rightarrow (Y, \mathcal{O}_Y)$ があるとする。 \mathcal{O}_X と、 \mathcal{O}_Y から誘導される位相 \mathcal{O}_f とはどのような関係か？

説明 8

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

8-2(相対位相)

相対位相について下のような手順に沿って具体的に説明せよ。

- ① 相対位相とはどのような位相か説明せよ。
- ② 実数直線上の通常距離位相をいれるとすると、 $[0, 1]$ 上の相対位相はどのような位相か説明せよ。
- ③ とくに、 0 の近傍とはどのような集合であるか？

説明

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

商位相

商写像について説明せよ。

- ① 誘導される位相は、写像 $f : X \rightarrow Y$ があったときに、 Y の位相を使って X に与えられる位相であった。商空間は f が全射であるときに、 Y に与えられる位相であることを伝えよ。
- ② 商写像とはどのような写像か説明せよ。
- ③ 商空間はどのように定義されるか。
- ④ 商写像 $f : (X, \mathcal{O}_X) \rightarrow (Y, \mathcal{O}_Y)$ があるとする。 \mathcal{O}_Y は、商位相 $\mathcal{O}(f)$ とどのような関係か？

説明

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

8-4(距離空間上の相対位相)

d を X 上の距離とする。 $(X, \mathcal{O}_{X,d})$ を X 上の d に関する距離位相とする。 $Y \subset X$ を部分集合とする。

- ① d を Y に制限することで、 Y も距離空間になることを説明せよ。
- ② Y は距離位相 $(Y, \mathcal{O}_{Y,d})$ が定義できることを説明せよ。
- ③ $\mathcal{O}_{Y,d}$ は $\mathcal{O}_{X,d}$ の相対位相であるだろうか？

位相の性質を満たすことを示すのであって、位相なのだから明らかとするのは問題外。

課題

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

8-1(誘導される位相)

連続写像 $f : X \rightarrow Y$ について誘導される位相 \mathcal{O}_f について次を解け。

- 1 誘導される位相は位相であることを示せ。
- 2 $f : X \rightarrow Y$ から誘導される位相 \mathcal{O}_f は、 f を連続にする X の最小の位相であることを確かめよ。
- 3 $p : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ を射影 $(x, y) \mapsto x$ とする。 p によって \mathbb{R} の通常の距離位相から誘導される \mathbb{R}^2 上の位相はどのような位相か？ 平面上のユークリッド位相と同じか？

課題

トポロジー入門演習 (第 8 回)

担当: 丹下 基生

8-2(相対位相)

(X, \mathcal{O}) を位相空間とする。

- ① 部分集合 $A \subset X$ に与えられる相対位相 $\mathcal{O}|_A$ が位相であることを示せ。
- ② $\mathcal{O}|_A$ は \mathcal{O} の部分集合でない場合があることを示せ。
- ③ A が開集合であるなら、 $\mathcal{O}|_A$ は \mathcal{O} の部分集合であることを示せ。
- ④ $i: A \rightarrow X$ を包含写像とする。 $U \in \mathcal{P}(X)$ とするとき、 $i^{-1}(U) = U \cap A$ を示すことにより、相対位相は i により誘導される位相であることを証明せよ。

課題

トポロジー入門演習 (第 8 回)

担当: 丹下
基生

8-3(商位相)

X を集合とする。

- ① 商位相が位相であることを示せ。
- ② 商写像は連続であることを示せ。
- ③ 全射かつ開写像であるなら商写像であることを示せ。
- ④ 全射かつ閉写像であるなら商写像であることを示せ。

課題

トポロジー入
門演習 (第 8
回)

担当: 丹下
基生

8-4(商写像と合成写像)

X, Y, Z を位相空間とする。 $f: X \rightarrow Z, g: X \rightarrow Y, h: Y \rightarrow Z$ が、 $f = h \circ g$ を満たすとする。以下を示せ。

- ① g が商写像、 f が連続とするなら、 h は連続である。
- ② g, h が商写像であるなら、 f は商写像である。
- ③ f が商写像、 g, h が連続であるなら、 h は商写像である。