

定義 (次元)

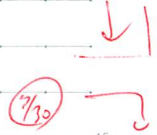
数ベクトル空間 (その部分空間) W が r 個の
ベクトルからなる基底をもつとき、 W の次元
と云い、 $\dim W$ と書く。
 r を



注意 数ベクトル空間 K^n に対し、 $\dim K^n = n$ 。
(定理 2.6) (教科書 p. 48,) - p. 69.)



① 線形写像と連立 1 次方程式



連立 1 次方程式' : $Ax = b$ (1)

$A \in K^{m \times n}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$
 "(a_{ij})"

と解く $\Leftrightarrow f = L_A$ の定数線形写像 $f: K^n \rightarrow K^m$
 による。 $f(x) = b$ を満たすベクトル x を求めよ。

$\star \text{rank } A = \dim(\text{Im } f)$

- (1) の解がただ 1 組定数 $\Leftrightarrow \text{rank } A = n$
- $\Leftrightarrow \dim(\text{Im } f) = n$
- $\Leftrightarrow \dim(\text{ker } f) = 0$
- $\Leftrightarrow \text{ker } f = \{0\}$
- $\Leftrightarrow f$ の単射。

- (1) の基底解の個数が r $\Leftrightarrow \text{rank } A = n - r$
- $\Leftrightarrow \dim(\text{Im } f) = n - r$
- $\Leftrightarrow \dim(\text{ker } f) = r$

(いっこの性質は 第 6 章 以降で 学んで)