定義（次元）

数ベクトル空間（または その部分空間）W が r 個のベクトルからなる基底をもつとき，r を W の次元といい，dim V で表す．☒

注意 数ベクトル空間 K^n に対し，$\dim K^n = n$．
（定理 2.6）（教科書 p. 48，ノート p. 69．）☒

7/30

◎ 線形写像と連立1次方程式．

連立1次方程式： $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$． (1)

$$A \in K^{m\times n} = (a_{ij}), \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

を解く $\iff$ $f = L_A$ で定まる線形写像 $f : K^n \to K^m$ において，$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}$ をみたすベクトル $\boldsymbol{x}$ を求める．

☆ $\operatorname{rank} A = \dim(\operatorname{Im} f)$．

- (1) の解がただ1組定まる $\iff \operatorname{rank} A = n$
  $\iff \dim(\operatorname{Im} f) = n$
  $\iff \dim(\operatorname{Ker} f) = 0$
  $\iff \operatorname{Ker} f = \{\boldsymbol{0}\}$
  $\iff f$ は単射．

- (1) の基本解の個数が r $\iff \operatorname{rank} A = n - r$
  $\iff \dim(\operatorname{Im} f) = n - r$
  $\iff \dim(\operatorname{Ker} f) = r$．

（いくつかの性質は第6章以降で学びます）