

数論セミナー

日時: 2025 年 6 月 27 日 (金) 16:40～

場所: D509

講演者: 渡辺 業 (広島大学)

講演題目: Wythoff Nim の変種の $\mathcal{P}$ -position に現れる自己再帰的構造について

アブストラクト:

組合せゲーム理論において, 2 山の石取りゲームの一種で「(1) 片方の山から 1 つ以上石を取る, または (2) 両方の山からそれぞれ 1 つ以上同じ数だけ石を取るという着手で行い, 着手出来なくなったプレイヤーの負け」というルールの Wythoff Nim と呼ばれるゲームが存在する. このゲームの後手必勝局面 ($\mathcal{P}$ -position) は黄金比 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ の倍数の整数部分を用いて記述されることはよく知られた事実である (Wythoff, 1907). またその局面の座標が自己相似性をもつことも Fibonacci Word の性質から導かれる.

本講演では Wythoff Nim の変種として, (1') 片方の山から a (≥ 1) コ以上石を取る, または (2') 両方の山から 1 コ以上かつ取る石の数の差が c (≥ 0) 以内になるように石を取るという着手で行う (a, c) -Wythoff Nim を考え, その $\mathcal{P}$ -position が記号力学系を用いて記述できることを紹介する. これは通常の Wythoff Nim 及び Fraenkel による r -Wythoff Nim (ここでは $(1, r-1)$ -Wythoff Nim) の結果 (1982) の自然な拡張になっている.

例えば $(2, 0)$ -Wythoff Nim の場合, $x \leq y$ を満たす正規格形の $\mathcal{P}$ -position を列挙すると $(0, 0), (0, 1), (2, 4), (2, 5), (3, 7), (3, 8), (6, 12), (6, 13), (9, 17), (9, 18), \dots$ となるが, その x 座標に現れる数字 $0, 2, 3, 6, 9, \dots$ の差分をとった列は $(2, 1, 3, 3, 1, 1, 3, 1, 1, 3, 3, \dots)$ となり, これは $(2) \rightarrow (2, 1), (1) \rightarrow (3), (3) \rightarrow (3, 1, 1)$ という規則による代入の不動点の一つとなっている. さらにその差分列が非自明な自己相似性を持っているにもかかわらず, $\mathcal{P}$ -position の y 座標と x 座標の比の極限が 2 に漸近することが証明でき, 非常に興味深い例となっている.

なお, 本講演は木村俊一氏, 山下貴央氏 (広島大学) との共同研究に基づく.

世話人: 秋山茂樹 (内: 4395)