$$u = \frac{x + \frac{\beta}{2}}{\sqrt{-\frac{\beta^2}{4} + \delta}} , \quad du = \frac{1}{\sqrt{-\frac{\beta^2}{4} + \delta}} .$$

これより　(与式) $= c\left(-\frac{\beta^2}{4}+\delta\right)^{\boxed{-1}} \int \frac{\sqrt{-\frac{\beta^2}{4}+\delta}}{(u^2+1)}\, du$

$$= c\left(-\frac{\beta^2}{4}+\delta\right)^{\boxed{-1\cancel{3}/2}} \cdot \mathrm{Arctan}\, u .$$

$\underline{(2\text{-}2)}\int \frac{c}{(x^2+\beta x+\delta)^r}\, dx . \qquad r > 1 .$

上と同様にして　(与式) $= c\left(-\frac{\beta^2}{4}+\delta\right)^{\boxed{-1\cancel{3}/2}} \underbrace{\int \frac{1}{(u^2+1)^r}}\, du .$

⇓
部分積分等を用いて
指数を減らす。

(3)
$\underline{(3\text{-}1)}\quad \int \frac{bx+c}{x^2+\beta x+\delta}\, dx .$

$u = x^2+\beta x+\delta .$
$u' = 2x+\beta \longrightarrow$ より、分子を $(2x+\beta)$ + (それ以外) に分ける。

$bx + c = \frac{b}{2}(2x + \beta) + \left(c - \frac{b\beta}{2}\right)$ とおくことができる。

$$\therefore \text{(与式)} = \boxed{\cancel{\frac{b}{2}}} \int \frac{\boxed{\frac{b}{2}}(2x+\beta) + \left(c-\frac{b\beta}{2}\right)}{x^2+\beta x+\delta}\, dx$$

$$= \underbrace{\frac{b}{2}\int \frac{2x+\beta}{x^2+\beta x+\delta}\, dx}_{①} + \boxed{\cancel{\frac{b}{2}}} \underbrace{\int \frac{\left(c-\frac{b\beta}{2}\right)}{x^2+\beta x+\delta}\, dx}_{②} .$$

① $= \log(x^2+\beta x+\delta)$.

② は (2-1) へ帰着。

(3-2) $\displaystyle\int \frac{bx+c}{(x^2+\beta x+\delta)^r}\,dx$. $r>1$.

上と同様にして

$$(与式) = \frac{b}{2}\underbrace{\int \frac{2x+\beta}{(x^2+\beta x+\delta)^r}\,dx}_{③} + \boxed{\cancel{\frac{b}{2}}}\underbrace{\int \frac{\left(c-\frac{b\beta}{2}\right)}{(x^2+\beta x+\delta)^r}\,dx}_{④}.$$

$$③ = \frac{-(r-1)}{(x^2+\beta x+\delta)^{r-1}}.$$

④ は (2-2) に帰着.